Compitino 1
Compito I, 12-12-2012

Risposta giusta=2 punti. Risposta sbagliata=-1 punto. Punteggio necessario $\geq 9/16$. Tenersi la parte di questo foglio sotto la riga (testo del quiz e risposte date). Questa parte del foglio va consegnata compilata sul retro in modo univocamente comprensibile.

Tagliare su questa riga e consegnare la parte qui sopra

---

1 - Si consideri la seguente serie $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^n}{n-\frac{x}{n}}$; quale delle seguenti è vera?
A- ☒ converge puntualmente in $[0,1)$ e non converge in 1
B- ☐ converge in $[0,1]$ puntualmente ed uniformemente
C- ☐ converge in $[0,1]$ puntualmente ma non uniformemente
D- ☐ nessuna di queste

2 - Trovare il dominio di convergenza D puntuale della seguente serie $\sum_{n=1}^{\infty} 3^n \sin(\frac{x}{3^n})$
A- ☒ $D = (-\infty, +\infty)$
B- ☐ $D = [-1, +1]$
C- ☐ $D = (-1, +1]$
D- ☒ nessuna di queste

3 - Si consideri la serie dell esercizio 2. Quale delle seguenti è vera?
A- ☒ la serie converge uniformemente in $(-\infty, +\infty)$
B- ☐ la serie converge uniformemente in $[0, +\infty)$
C- ☐ la serie converge uniformemente in $[0, 9]$
D- ☒ nessuna di queste

4- Si trovi il gradiente della funzione

$$f(x,y) = \frac{2x+y}{3+x^2+2y^2}$$

nel punto $(0,0)$
A- ☐ $(1/2, 3/2)$
B- ☐ $(1/3, 2/3)$
C- ☐ $(3/2, 1/2)$
D- ☒ $(2/3, 1/3)$
E- ☐ nessuna di queste

MASTER COPY
Tel. 388/9837745

COMPITO I – Nome : _____; *Cognome* : _____

	1	2	3	4	5	6	7	8
Risp :								

Tagliare su questa riga e consegnare la parte qui sopra dopo avervi trascritto le risposte

---

5 - Sia D l'insieme di definizione della funzione

$$f(x,y) = \frac{\log(2xy+1)}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

A- ☐ D è chiuso e limitato;
B- ☐ D è chiuso e non limitato;
C- ☐ D è aperto e limitato;
D- ☒ D è aperto e non limitato;
E- ☐ nessuna di queste

6- Sia $f(x,y) = -3x^2 + y\sin x + \cos y$. Per la funzione f l'origine
A- ☒ è un punto di massimo locale;
B- ☐ è un punto di minimo locale;
C- ☐ è un punto di sella;
D- ☐ non è un punto critico;

7 - Sia $C = \{(x,y,x) \ : \ \sin(x+2y) + \cos(x+2z) - 1 = 0\}$. Il piano tangente a C nell'origine è
A- ☐ $2x + z = 0$
B- ☐ $x + 2z = 0$
C- ☐ $2x + y = 0$
D- ☒ $x + 2y = 0$
E- ☐ nessuna di queste

8- Si trovi il minimo della funzione $f(x,y) = e^{x+y}$ soggetta al vincolo

$$x^2 + 2x + y^2 + 2y = 0$$

A- ☐ 1
B- ☒ e^{-4}
C- ☐ e^{-2}
D- ☐ nessuna di queste.

MASTER COPY
Tel. 388/9837745

COMPITINO I

12-12-2012

1 $$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^n}{n-\frac{x}{n}} = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^n}{\frac{n^2-x}{n}} = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{n}{n^2-x} \cdot x^n$$

STUDIO $a_n = \dfrac{n}{n^2-x}$

CRITERIO del RAPPORTO:

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n\to+\infty} \frac{n+1}{(n+1)^2-x} \cdot \frac{n^2-x}{n} = 1 = \frac{1}{R}$$

$\boxed{R=1}$ PER $|x|<1$ LA SERIE CONVERGE

se $\boxed{x=1}$ → $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n}{n^2-1} > \underbrace{\frac{1}{n}}_{\text{DIVERGE}}$ PERCIO' LA SERIE NON CONVERGE IN $x=1$

QUINDI CONVERGE PUNTUALMENTE IN $[0;1)$ E NON CONVERGE IN 1.

RISPOSTA A

2 $$\sum_{n=1}^{\infty} 3^n \operatorname{sin}\left(\frac{x}{3^n}\right)$$

SE LA SERIE CONVERGESSE SAREBBE INFINITESIMA PER $n\to+\infty$

MA $\lim_{n\to+\infty} \underbrace{3^n}_{\to+\infty} \underbrace{\operatorname{sin}\left(\frac{x}{3^n}\right)}_{\text{LIMITATA}} = +\infty$

QUINDI LA SERIE NON CONVERGE MAI!

[3] VEDI ES 2. SE NON CONVERGE PUNTUALMENTE NON PUOI NEANCHE CONVERGERE UNIFORMEMENTE.

Master Copy
COPISTERIA
050/8312126 388/9837745

COMPITO I 12-12-2012

4 $f(x;y) = \dfrac{2x+y}{3+x^2+2y^2}$

$$\nabla f(x;y) = \begin{pmatrix} \dfrac{2(3+x^2+2y^2)-(2x+y)2x}{(3+x^2+2y^2)^2} \\ \dfrac{3+x^2+2y^2-(2x+y)4y}{(3+x^2+2y^2)^2} \end{pmatrix} \Rightarrow \nabla f_{(0;0)} = \begin{pmatrix} \frac{6}{9} \\ \frac{3}{9} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} \\ 1/3 \end{pmatrix}$$

5 D: INSIEME DI DEFINIZIONE DELLA FUNZIONE:

$$f(x;y) = \frac{\log(2xy+1)}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

$$\begin{cases} 2xy+1>0 & 2xy>-1 \\ x^2+y^2>0 \end{cases}$$

L'INSIEME E' QUINDI APERTO E NON LIMITATO.

RISPOSTA D

6 $f(x;y) = -3x^2 + y\sin x + \cos y$ $\quad (0;0)$?

$$\nabla f_{(x;y)} = \begin{pmatrix} -6x + y\cos x \\ \sin x - \sin y \end{pmatrix} \quad f_{xx} = -6 - y\sin x \quad f_{xy} = \cos x$$

$$f_{yy} = -\cos y$$

$$H_{(0;0)} = \begin{pmatrix} -6 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad \det H = 6-1 = 5$$

$f_{xx} < 0$ $\quad (0;0) \rightarrow$ punto di MASSIMO

RISPOSTA A